

إيجاد مستويات الطاقة الدورانية لبعض الأنوية الزوجية-الزوجية

أسماء عبد المجيد أبو عزة¹ و مريم عمران أبوبكر مادي²

¹المعهد العالي للتقنيات الهندسية، طرابلس، ليبيا

²قسم الفيزياء، كلية العلوم، جامعة طرابلس، طرابلس، ليبيا

E-mail: mariemomran@yahoo.com

المستخلص

في هذا البحث تم حساب مستويات الطاقة الدورانية لبعض الأنوية الغير كروية ^{158}Er ، ^{244}Cm ، ^{166}Yb و ^{122}Xe باستخدام نموذج مقارب لنموذج NS3، حيث استخدمت ثلاثة بارامترات في معادلة حساب الطاقة. النتائج المتحصل عليها تم مقارنتها بالقيم العملية والنماذج SF و VMI و NS3، وكانت النتائج متقاربة مع النتائج العملية والنماذج النظرية المستخدمة.

الكلمات المفتاحية: الطاقة الدورانية; الزخم الزاوي; عزم القصور الذاتي; معامل الترطيب النووي.

Abstract

In this paper the periodic energy levels of some non-spherical nuclei ^{158}Er , ^{244}Cm , ^{166}Yb and ^{122}Xe were calculated using an approximated model of the NS3 model, where three parameters were used in the energy calculation equation. The results obtained were compared with practical values and SF models, VMI and NS3. The results were close to the practical results and theoretical models used.

المقدمة

حسب نموذج بوهر-موتيلسون Bohr-Mottelson لحساب مستويات الطاقة الدورانية باستخدام الميكانيكا الكلاسيكية لجسم يتحرك بسرعة ω [1]، فإن أن طاقة الحركة الدورانية الكلاسيكية E تعطى بالعلاقة:

أسماء عبد المجيد أبو عزة و مريم عمران أبوبكر مادي

$$E = \frac{1}{2} \phi \omega^2 \quad (1)$$

حيث: ϕ عزم القصور الذاتي و ω السرعة الزاوية.
أما العلاقة بين الزخم الزاوي I وعزم القصور الذاتي فهي كما يلي:

$$I = \phi \omega \quad (2)$$

بذلك تصبح المعادلة (1) كما يلي:

$$E(I) = \frac{\hbar^2}{2\phi} [I(I + 1) - K^2] \quad (3)$$

حيث أن $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ، هي ثابت بلانك ويساوي $h = 6.63 \times 10^{-34} J.s$. وعلى اعتبار التماثل في الانوية الزوجية - الزوجية فقد أشار بوهر-موتيلسون إلى أن معادلة الطاقة الدورانية للانوية الزوجية هي $k = 0$ عند المستويات الارضية وذلك لأن الانوية تقترن مع بعضها في أزواج يلغي زخم كلا منهما الآخر، بذلك تصبح معادلة الطاقة حسب النموذج الكلاسيكي [1]:

$$E(I) = \frac{\hbar^2}{2\phi_0} [I(I + 1)] \quad (4)$$

ونتيجة الاختلاف بين القيم النظرية والمعملية تم إضافة حد جديد يتضمن تصحيح الطاقة الدورانية والاهتزازية التي تأخذ الشكل التالي:

$$E(I) = \frac{\hbar^2}{2\phi_0} [I(I + 1) - BI^2(I + 1)^2] \quad (5)$$

حيث أن البارامتر B يعبر عن مستويات الطاقة الاهتزازية، ويرتبط بالاهتزازات β و γ [1]. ونتيجة الانحرافات الواضحة بين نموذج بوهر-موتيلسون الادبياتي والنموذج التجريبي [3]، فإن من الضروري إضافة حد جديد لتصحيح مستويات الطاقة للانوية الزوجية-الزوجية الغير كروية باستخدام مفكوك تايلور [4] للدالة:

$$F(I) = \frac{1}{\phi(I)} \quad (6)$$

لنحصل على:

$$F(I) = \frac{1}{\phi_0} + I \left[\frac{\partial F}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial I} \right]_{I=0} + \frac{I^2}{2!} \left[\frac{\partial^2 F}{\partial \phi^2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial I} \right)^2 + \frac{\partial F}{\partial \phi} \frac{\partial^2 \phi}{\partial I^2} \right]_{I=0} \quad (7)$$

استنادا لنموذج الترطيب النووي [3] الذي يعرف كالتالي :

إيجاد مستويات الطاقة الدورانية لبعض الأنوية الزوجية-الزوجية

$$\sigma_n = \frac{1}{\phi_0} \frac{1}{n!} \left. \frac{\sigma^n \phi(I)}{\sigma I^n} \right|_{I=0}, \text{ where: } n=1, 2, 3, \dots \quad (8)$$

σ تمثل معامل الترطيب. باستخدام معادلة معامل الترطيب النووي σ_n ، بحيث يصبح شكل المعادلة (5) كما يلي:

$$E(I) = \frac{\hbar^2}{2\phi_0} [1 - I\sigma_1 + I\sigma_1^2 - I^2\sigma_2 + \dots \dots]^{-1} - BI^2(I+1)^2 \quad (9)$$

بإهمال معاملات الترطيب σ التي تحوي $n > 1$ ، أي أن:

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = \dots = 0$$

نحصل على:

$$E(I) = \frac{\hbar^2}{2\phi_0} [1 + (-I\sigma_1) + (I\sigma_1)^2 + \dots \dots]^{-1} - BI^2(I+1)^2 \quad (10)$$

باستخدام المتسلسلة الهندسية [5] على الصورة:

$$\sum_m t^m = \frac{1}{1-t}, \quad |t| < 1 \quad (11)$$

منها نصل إلى معادلة حساب الطاقة الدورانية للأنوية الغير كروية (الزوجية- الزوجية)، والتي تمثل نموذجنا، وهي:

$$E(I) = \frac{A_0 I(I+1)}{(1+\sigma_1 I)} - BI^2(I+1)^2 \quad (12)$$

المعادلة (12) هي معادلة غير خطية تحتوي على ثلاثة بارامترات A_0 ، σ_1 و B ، يمكن إيجادهم عن طريق الموائمة مع النتائج المعملية.

وسنستخدم بعض النماذج الأخرى لمقارنتها مع نتائجنا، وهذه النماذج هي:

1. نموذج تغيير عزم القصور الذاتي (VMI) Variable Moment of Inertia Model

الطاقة الدورانية في هذا النموذج [6، 7] تعطى بالعلاقة:

$$E(I) = \left[\frac{I(I+1)}{2\phi_1} \right] + U(\phi) \quad (13)$$

حيث $U(\phi) = \frac{1}{2} C(\phi_1 - \phi_0)$ و ϕ_1 عزم القصور الذاتي لأي حالة من حالات الزخم الزاوي (I) والتي لها تماثل زوجي.

2. نموذج الترطيب النووي (NS3) Nuclear Softness Model

يقدم هذا النموذج معادلة لحساب الطاقة الدورانية تحتوي على ثلاث بارامترات $(A_0, \sigma_1, \sigma_2)$ [8]، وهي:

أسماء عبد المجيد أبو عزة و مريم عمران أبوبكر مادي

$$E(I) = \frac{A_0 I (I+1)}{(1+\sigma_1 I + \sigma_2 I^2)} \quad (14)$$

3. نموذج تذبذب الشكل النووي (SF) The Shape Fluctuation Model
نموذج (SF) [9] يعطي ملائمة جيدة للنتائج المعملية باستعمال ثلاثة بارمترات حسب العلاقة :

$$E(I) = B_0 I(I + 1) + I \phi \dot{E} + I \phi \dot{B} I(I + 1) \quad (15)$$

حيث أن: B_0 ، $\phi \dot{E}$ و $\phi \dot{B}$ ثوابت. المعادلة (15) يمكن أن تأخذ الشكل التالي:

$$E(J) = aJ + bJ^2 + cJ^3 \quad (16)$$

حيث: a ، b و c ثوابت.

النتائج والحسابات

باستخدام القيم العملية للطاقات $E(I = 2)$ ، $E(I = 4)$ و $E(I = 6)$ للأنوية الغير كروية الزوجية - الزوجية المستخدمة في دراستنا (^{158}Er ، ^{244}Cm ، ^{166}Yb و ^{122}Xe)، وتطبيقها على المعادلة (12)، وذلك لإيجاد قيم البارمترات (B ، A_0 ، σ_1). جدول 1 يوضح قيم البارمترات لكل نواة. أما جدول 2 فيوضح قيم الطاقة الدورانية للأنوية الغير كروية (الزوجية - الزوجية) المحسوبة بواسطة المعادلة (12) وباستخدام البارمترات من جدول 1، إضافة إلى القيم العملية والقيم المتحصل عليها [8] في النماذج سالفة الذكر.

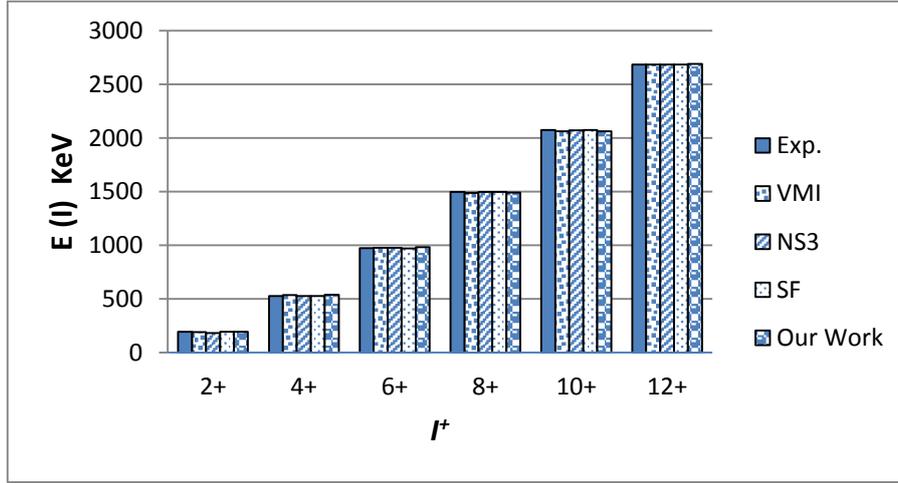
جدول 1. قيم البارمترات B ، A_0 ، σ_1 للأنوية المستخدمة

النواة (Nuclei)	البارمترات (Parameters)		
	A_0 (MeV)	σ_1	B (MeV)
^{158}Er	3.6×10^{-2}	9.51×10^{-2}	-1.2319×10^{-6}
^{244}Cm	7.23×10^{-3}	4.905×10^{-3}	7.2×10^{-3}
^{166}Yb	1.751×10^{-3}	1.469×10^{-3}	7.2×10^{-3}
^{122}Xe	7.2×10^{-3}	2.02×10^{-2}	-2.104×10^{-5}

يوضح الشكلين 1 و 2 مقارنة لمستويات الطاقة لكل من ^{158}Er و ^{244}Cm على التوالي، حيث نلاحظ التوافق الشديد بين النموذج المقترح والنماذج الأخرى في جميع مستويات الطاقة لكل منهما. بينما نلاحظ في شكل 3 أن نتائج الطاقة للنواة ^{122}Xe في المستويات 2^+ ، 4^+ ، 6^+ متقاربة، أما في المستويات العليا (8^+) فتتفق النتائج المعملية والنماذج NS3 و SF مع نتائجنا (Our Work)، أما النموذج VMI فيكون أقل في حين يعرض

إيجاد مستويات الطاقة الدورانية لبعض الأنوية الزوجية-الزوجية

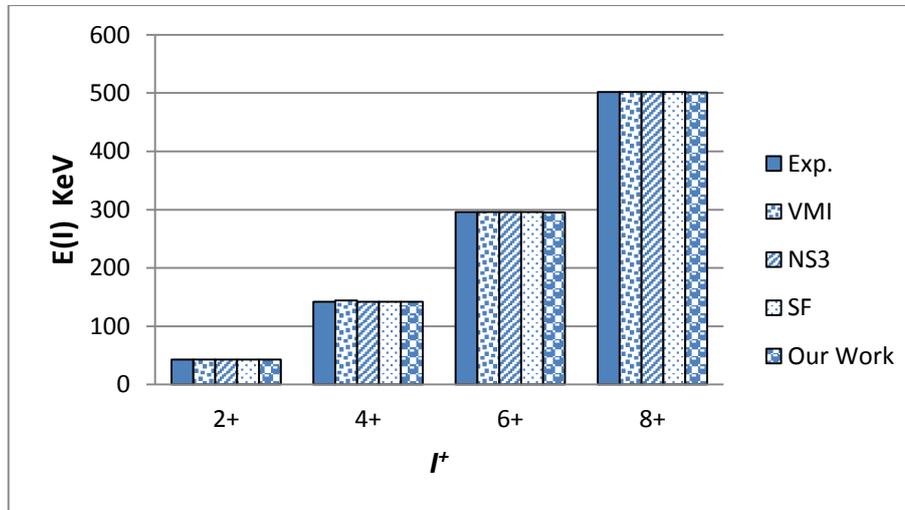
شكل 4 الطاقة الدورانية للنواة ^{166}Yb ، حيث نلاحظ توافق نموذجنا مع القيم المعملية أما عند 14^+ ، 16^+ فإن النموذج VMI يظهر بأكبر قيمة.



شكل 1. مستويات الطاقة الدورانية بوحدة ^{158}Er KeV مقارنة بالقيم العملية والنماذج الأخرى.

الخلاصة

في هذا البحث قمنا بحساب مستويات الطاقة الدورانية لبعض الأنوية الغير كروية (الزوجية-الزوجية) وذلك باستخدام نموذج مستحدث من معادلة بوهر-موليتسون، وعن طريق الموائمة للنتائج العملية تحصلنا على قيم الثلاث بارامترات الموجودة في المعادلة (12)، واستخدمت قيم البامترات للحصول على نتائج مستويات الطاقة



شكل 2. مقارنة الطاقة الدورانية بوحدة ^{244}Cm KeV

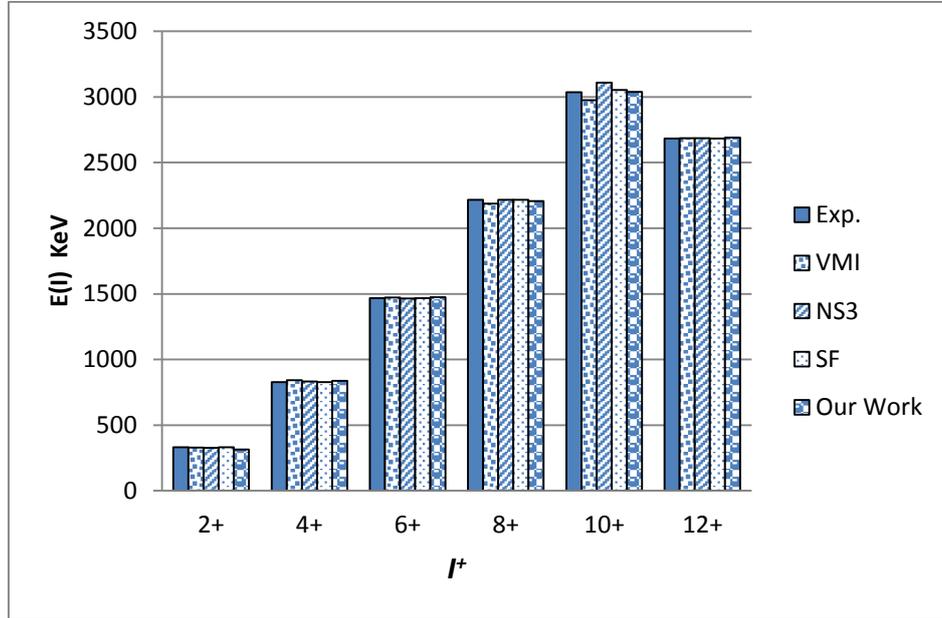
أسماء عبد المجيد أبو عزة و مريم عمران أبوبكر مادي

الدورانية للأنوية الغير كروية (^{158}Er ، ^{244}Cm ، ^{166}Yb و ^{122}Xe)، وتم مقارنة نتائجنا بالنتائج العملية ونماذج أخرى، حيث لاحظنا تقارب كبير بين القيم. ونتيجة لهذا التقارب الذي أعطاه نموذجنا فإننا نوصي مستقبلاً بدراسة ظاهرة الالتواء الخلفي Back-bending لبعض الأنوية.

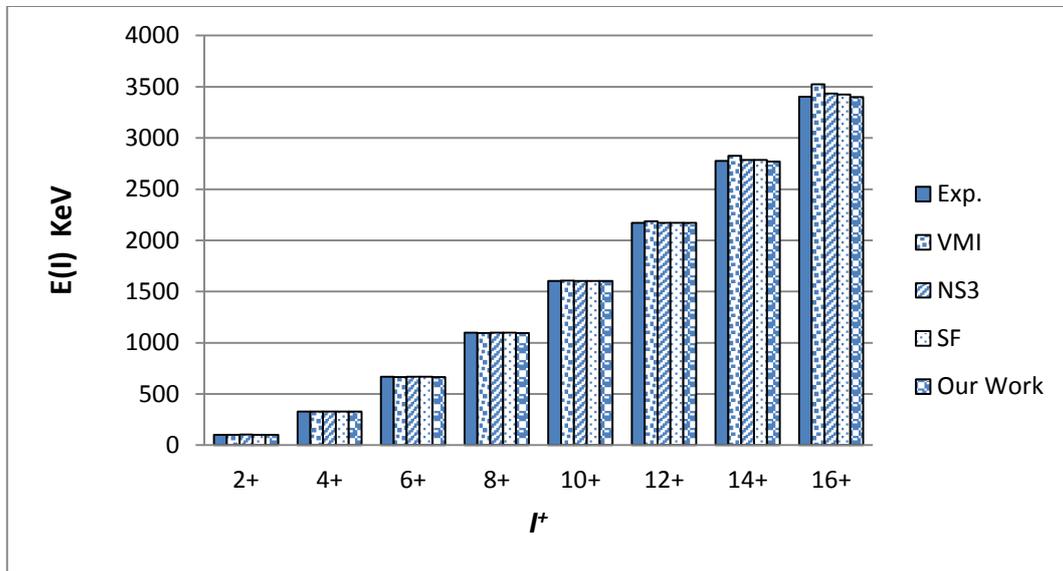
جدول 2. مستويات الطاقة الدورانية لبعض الأنوية (*Our Work*) بوحدة MeV اضافة للقيم المعملية وقيم النماذج الأخرى.

^{158}Er					
I^+	$E(I)$ for Exp.	$E(I)$ for VMI	$E(I)$ for NS3	$E(I)$ for SF	$E(I)$ for Our Work
2 ⁺	0.1927	0.1913	0.1832	0.1949	0.1930
4 ⁺	0.5284	0.5351	0.5277	0.5276	0.5400
6 ⁺	0.9722	0.9758	0.9766	0.9707	0.9820
8 ⁺	1.496	1.4895	1.4977	1.4962	1.4920
10 ⁺	2.0757	2.0627	2.0716	2.0764	2.0620
12 ⁺	2.6844	2.6866	2.6858	2.6837	2.6910
^{244}Cm					
I^+	$E(I)$ for Exp.	$E(I)$ for VMI	$E(I)$ for NS3	$E(I)$ for SF	$E(I)$ for Our Work
2 ⁺	0.0429	0.0429	0.043	0.0429	0.04296
4 ⁺	0.1423	0.1442	0.1422	0.1423	0.14187
6 ⁺	0.296	0.2961	0.296	0.296	0.29523
8 ⁺	0.502	0.502	0.502	0.502	0.50163
^{166}Yb					
I^+	$E(I)$ for Exp.	$E(I)$ for VMI	$E(I)$ for NS3	$E(I)$ for SF	$E(I)$ for Our Work
2 ⁺	0.1018	0.1019	0.1023	0.102	0.10185
4 ⁺	0.3297	0.3296	0.3297	0.3297	0.32832
6 ⁺	0.6671	0.6664	0.6668	0.6668	0.66501
8 ⁺	1.097	1.0961	1.0971	1.0971	1.09623
10 ⁺	1.604	1.6058	1.6041	1.6042	1.60486
12 ⁺	2.172	2.1853	2.1719	2.1719	2.17222
14 ⁺	2.7744	2.8269	2.7858	2.784	2.778
16 ⁺	3.4022	3.5242	3.4325	3.4241	3.40041
^{122}Xe					
I^+	$E(I)$ for Exp.	$E(I)$ for VMI	$E(I)$ for NS3	$E(I)$ for SF	$E(I)$ for Our Work
2 ⁺	0.3311	0.3284	0.3257	0.3309	0.31573
4 ⁺	0.8286	0.8426	0.8336	0.8289	0.83751
6 ⁺	1.467	1.4718	1.4647	1.4668	1.47479
8 ⁺	2.217	2.1863	2.2174	2.2171	2.20606
10 ⁺	3.036	2.9763	3.1096	3.0524	3.0393

إيجاد مستويات الطاقة الدورانية لبعض الأنوية الزوجية-الزوجية



شكل 3. الطاقة الدورانية للنواة ^{122}Xe .



شكل 4. الطاقة الدورانية ل ^{166}Yb .

المراجع

- [1] Bohr, A. and Mottelson, B. R. (1975). Nuclear Structure II. Benjamin, New York.
- [2] Lilley, H. S. (2001). Nuclear Physics. John Wiley and Sons.
- [3] Tipler, P. A. (1978). Modern Physics, 1st ed. Worth Publishers, United States.

- [4] Morinaga, H. (1966). Rotational bands of well-deformed nuclei studied from gamma rays following (α , xn) reactions. *Nuclear Physics*, **75**(2), 385-395.
- [5] Arfken, G. B. and Weber, H. J. (2007). *Mathematical Methods for Physicists*, 6th ed. Elsevier Inc.
- [6] Alhendi, H. A., Alharbi, H. H. and El-Kameesy, S. U. (2005). Nuclear structure study of some actinide nuclei, *Journal of Physics G. Nuclear and Particle Physics*, **31**(10), S1813.
- [7] Mariscotti, M. A. J., Scharff-Goldhaber, G. and Buck, B. (1969). Phenomenological analysis of ground-state bands in even-even nuclei. *Phys. Rev.*, **178**, 1864.
- [8] Gupta, R. K (1971). Nuclear – softness model of ground-state bands in even-even nuclei. *International Centre for Theoretical Physics, Miramare, Trieste, Italy*, **36**, 173-178.
- [9] Satpathy, M., Satpathy, L. G. and Buck, B. (1970). Shape-fluctuation model of ground-state bands in even-even nuclei. *Physics Letters B*, **34**(5), 377-380.